შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 4	04.05.2014/ მათ/IV/ M418

ამოცანა № 4 გვერდი № 1

ცხადია $a_0+a_1+\dots+a_n = B_0+B_1+B_2+\dots+B_m$, მაშინ $P(1)=Q(1)$.

$P(16)=3^{2012}$

16 – 3-ზე გაყოფისას ნაშთს გვაძლევს 1-ს ე.ი. 1^n; 1^{n-1}; ... ყველა 1-ს მოგვცემს, ანუ $P(16)$-ის ნაშთი იქნება თვითონ $(a_0+a_1+\dots+a_n)\vdots 3$ რადგან $3^{2012}\vdots 3$ ე.ი. $P(1)\vdots 3$ და $Q(1)\vdots 3$.

16 5-ზე გაყოფისას ნაშთს გვაძლევს 1-ს. ანალოგიურად $(a_0+a_1+\dots+a_n)$ ნაშთი 5-ზე გაყოფისას უნდა უდრიდეს 3^{2012}-ის ნაშთს. 3^1 – 3 3^2 – 4 3^3 – 2 3^4 – 1.

3^{4k}-ის ხარისხები 5-ზე გაყოფისას ნაშთს გვაძლევენ 1-ს ე.ი. 3^{2012} ნაშთს გვაძლევს 1-ს

ამავდროულად $P(1)=Q(1)=3m$. ე.ი. $P(1)=5k+1=Q(1)$

$Q(3^{2012})$ განვიხილოთ 3^{2012} 5-ზე გაყოფისას ნაშთს გვაძლევს 1-ს. ანუ $Q(3^{2012})$ იგივე ნაშთს მოგვცემს, რასაც $Q(1)$ ~~1~~. რაც 1-ის ტოლია.

საიდანაც 16 - 15-ზე ნაშთი გვაძლევს 1-ს.

ე.ი. $P(16)$-ის ნაშთი იქნება იგივე რაც $P(1)$-ის

3^{2012} $\quad 3^1 - 3$; $3^2 - 9$; $3^3 - 12$; $3^4 - 6$; $3^5 - 3$

ე.ი. რადგან $2012 \vdots 4$ ამიტომ 3^{2012} 15-ზე გაყოფის ნაშთი გვაძლევს **6.** $Q(3^{2012})$ 15-ზე გაყოფისას ნაშთს მოგვცემს 6 $P(1) = 6$.

$\min|Q(3^{2012})|$ შეიძლება იყოს 6. (-9 -15-ზე ნაშთია 6, მაგრამ $|-9| > |6|$).

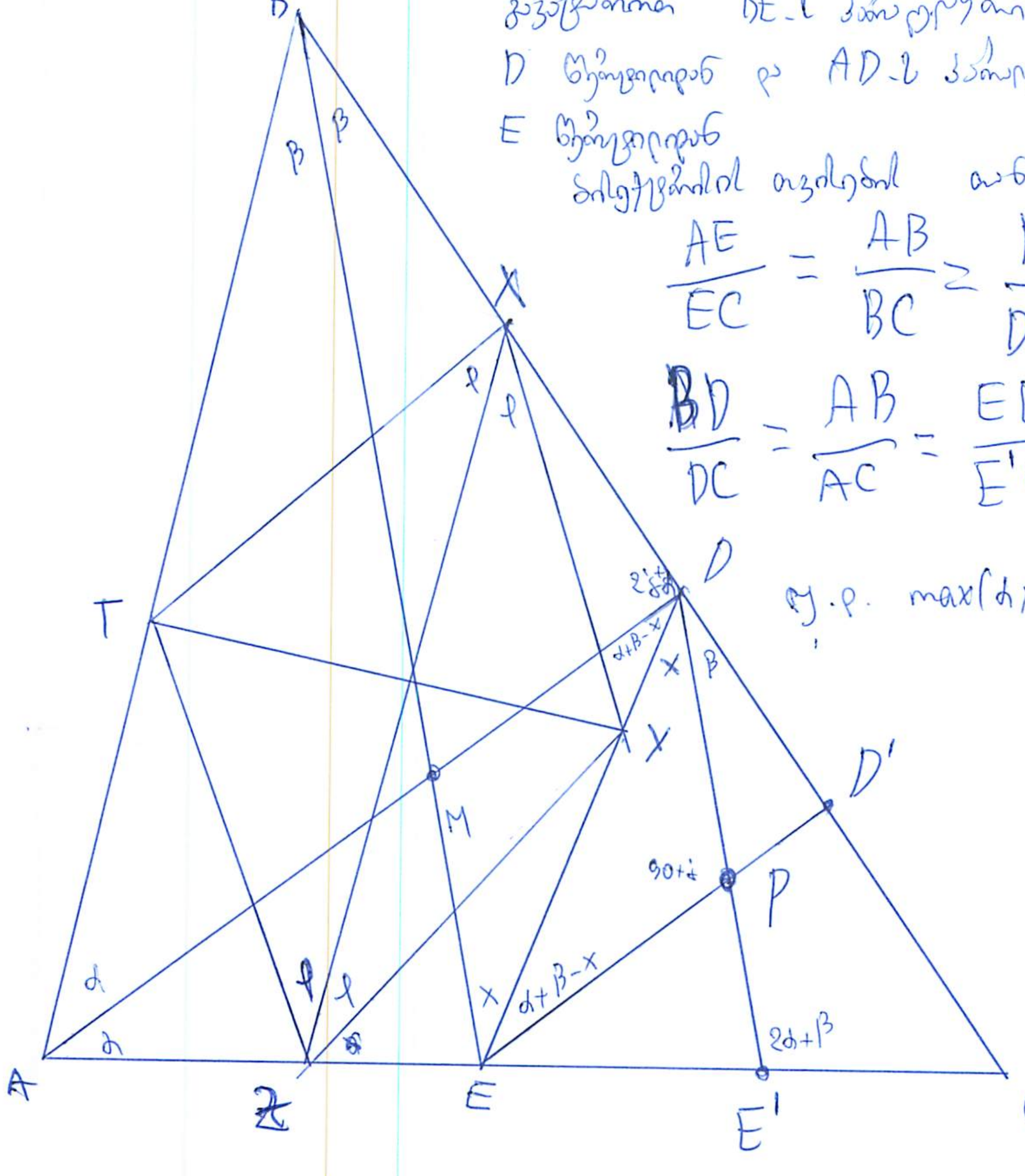
ე.ი. $\min(|Q(3^{2012})|) = 6$.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 4	04.05.2014/ მათ/IV/ M418
ამოცანა № 5	გვერდი № 1



განვიხილოთ BE-ს ბისექტრისა

D შუაწერტილი და AD-ს ბისექტრისა

E შუაწერტილი

ბისექტრისის თვისების თანახმად

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BC} = \frac{DD'}{D'C}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{EE'}{E'C}$$

ზ.ტ.დ. $\max(\alpha;\beta) \geq \varphi$.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 4

04.05.2014/ მათ/IV/ M418

ამოცანა № 5

$\angle AMB = 90+\gamma$

$\angle A = 2\alpha \quad \angle B = 2\beta \quad \angle C = 2\gamma$

$\angle AME = \alpha+\beta.$

$\angle AEB = 2\gamma+\beta.$

Δ MDPE პარალელოგრამია

$\angle AME = \angle TXY = TZY = \alpha+\beta = 2\gamma.$

$\alpha+\beta = 2\gamma$ ე.ი. ან $\alpha \geq \gamma$ ან $\beta \geq \gamma$

ანუ

$\max(\alpha;\beta) \geq \gamma \Rightarrow \max(2\alpha;2\beta) \geq 2\gamma.$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 4	04.05.2014/ მათ/IV/ M418
ამოცანა № 6	გვერდი № 1

თუ ორივე იყოფა ერთი და იგივე მარტივ რიცხვზე, მაშინ $(n+1)^4 - n^4 + (n+1)^2 - n^2$ -ც იყოფა.

$\cancel{n^4} + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1 - \cancel{n^4} + \cancel{n^2} + 2n + 1 - \cancel{n^2} =$
$= 4n^3 + 6n^2 + 6 + 2 = 2(2n^3 + 3n^2 + 3 + 1) = 2(2n+1)(n^2+n+1)$.

ვაჩვენოთ, რომ $n^4 + n^2 + 1 \vdots (n^2+n+1)$

$n^4 + n^2 + 1 - (n^2 + n + 1) = n^4 - n = n(n^3 - 1) = n(n-1)(n^2+n+1)$

ე.ი. $n^4 + n^2 + 1 \vdots (n^2 + n + 1)$. ~~თუ ვაჩვენებთ, რომ მარტივები~~
~~[illegible]~~

$(n+1)^4 + (n+1)^2 + 1 = ((n+1)^2 + (n+1) + 1)((n+1)^2 - (n+1) + 1) =$
$= (n^2 + 2n + 1 + n + 1 + 1)(n^2 + 2n + 1 - n - 1 + 1) = (n^2 + 3n + 3)(n^2 + n + 1)$.

ე.ი. საერთო [illegible] (n^2+n+1); რადგან $n^4 + n^2 + 1 = (n^2+n+1)(n^2-n+1)$.
თუ ამისთვის [illegible] n; ისეთი, რომ (n^2+3n+3) - [illegible] და (n^2+n+1)-ის მარტივ [illegible]
(თუ (n^2-n+1)-ის მარტივი [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] n^2+3n+3-ის [illegible] [illegible] [illegible] მარტივი, მაშინ max [illegible] $n^2+n+1 > n^2-n+1$)
~~[illegible]~~ [illegible] [illegible], (n^2+3n+3)- [illegible] და (n^2+n+1)- მარტივი.

სხვა, ბოლოს $n = 3k$

$n^2+3n+3 = 9k^2+9k+3$ ე.ი. შედგენილია.

ე.ი. 3-ის ჯერადობისათვის n^2+3n+3 შედგენილია,

n^2+n+1-ის მნიშვნელობები უამრავი $n=3k$-სთვის, რომლებ-

ის ყველა ~~[illegible]~~ მარტივი.